

Písemka - 11. proseminář (22. dubna 2008)

1. příklad (5 bodů)

Urči hodnotu $436^{170} \pmod{39}$.

2. příklad (5 bodů)

Najdi všechna celočíselná řešení rovnice $2a^2 = 8 - 5b$.

3. příklad (5 bodů)

Najdi všechna celočíselná řešení rovnice $35x - 14y + 10z = 4$.

4. příklad (5 bodů)

Mějme celá čísla x, y taková, že $7|x^2 + y^2$. Dokaž, že $7|x$ a $7|y$.

5. příklad (5 bodů)

Najdi všechna celočíselná řešení rovnice $7a^2 = b^2 + c^2$.

6. příklad (5 bodů)

Najdi všechna celočíselná řešení rovnice $a^3 = b^3 + 4b^2 + 4b + 2$.

7. příklad (5 bodů)

Najdi všechna celočíselná řešení rovnice $x^2 = p + y^2$ taková, že p je prvočíslo.

8. příklad (5 bodů)

Najdi všechny polynomy $P(x)$ s celočíselnými koeficienty takové, že $P(7) = 22$
a $P(19) = 42$.

8. příklad (5 bodů)

Dokaž, že $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ je algebraické číslo. Je racionální?

K úspěšnému napsání písemky je potřeba získat aspoň 30 bodů.